

**Klausuraufgabensammlung zur
deskriptiven und induktiven Statistik
für Wirtschaftswissenschaftler**

**Prof. Dr. Irene Rößler
Prof. Dr. Albrecht Ungerer**

**Ausführliche Lösungen der Aufgaben 1 bis 23 aus der
Formelsammlung sind im Buch:
Rößler/Ungerer (2019): Statistik für Wirtschaftswissenschaftler
Springer Gabler**

**Auf-
gabe**

24

Ein Lebensmitteleinzelhändler analysierte die Struktur der Einkäufe an einem typischen Mittwoch und Samstag.

Für die Mittwochsverteilung erhielt er folgende Werte:

Bonbetrag von ... bis unter ... €	Zahl der Bons	Einkaufssumme je Klasse
0 – 10	120	360
10 – 20	160	1 920
20 – 25	160	3 520
25 – 30	120	3 240
30 – 40	120	4 080
40 – 50	80	3 680
50 – 100	40	3 200

- Zeichnen Sie ein Histogramm, die Verteilungsfunktion und bestimmen Sie die Quartile.
- Berechnen Sie das arithmetische Mittel, die Varianz und den Variationskoeffizienten. Kritisieren Sie für dieses Beispiel die Annahme einer Rechteckverteilung bei den grafischen Darstellungen und bei der Berechnung der internen Varianz.
- Zeichnen Sie eine Lorenzkurve. Sollten die Punkte durch Geraden verbunden werden? Begründung!
- Für die Verteilung der Samstagseinkäufe erhält man einen durchschnittlichen Einkaufswert von $\bar{x} = 30,-$ € bei einer Standardabweichung von $s = 24,-$ €. Interpretieren Sie diese Ergebnisse im Vergleich zu den Mittwochseinkäufen. Wie dürfte die Lorenzkurve der Samstagseinkäufe verlaufen?

Lösung: a) $Q_1 = 15$, $Q_2 = 23,75$, $Q_3 = 33,33$, b) $\bar{x} = 25$, $s^2 = 332,45$, $V = 0,73$,
d) $V_{\text{Samstag}} = 0,8$, also Lorenzkurve der Samstagseinkäufe weiter außen.

**Auf-
gabe**

25

Zwei in ihrer Struktur vergleichbare Gruppen A und B von Kundenkarteninhabern wurden mit unterschiedlichen Kommunikationskonzepten zum Besuch eines Textilkaufhauses animiert. Für das letzte Quartal erhielt man folgende Ergebnisse für die Häufigkeitsverteilungen der mit Kundenkarten getätigten Einkäufe je Gruppe:

Zahl der Einkäufe	Gruppe A	Gruppe B
0	50	30
1	60	40
2	40	80
3	20	80
4	20	40
5	10	30

- Berechnen Sie Pearson's korrigierten C-Koeffizienten.
- Berechnen Sie den Eta-Quadrat-Koeffizienten.
- Interpretieren Sie beide Koeffizienten im Vergleich.

Lösung: a) $C^* = 0,453$, b) $\eta^2 = 0,0783$

Aufgabe

26

Ein Filialleiter testete bei neun bezüglich des Standorts (Einzugsgebiet, Wettbewerber), der Fläche und des Sortiments vergleichbaren Filialen den Einfluß der Kosten für Verkaufsförderungsmaßnahmen auf den Umsatz (jeweils in Tsd €). Er erhielt für den Mai folgende Ergebnisse:

Filiale	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Umsatz	480	632	702	630	645	545	606	630	530
Kosten	10	18	30	22	26	14	24	21	15

- a) Zeichnen Sie ein Streuungsdiagramm.
- b) Berechnen Sie eine lineare Regressionsfunktion nach der Methode der kleinsten Quadrate und zeichnen Sie das Ergebnis in das Diagramm. Interpretieren Sie die Koeffizienten a und b .
- c) Berechnen und interpretieren Sie den Korrelationskoeffizienten nach Bravais-Pearson und das Bestimmtheitsmaß. Wodurch könnte das Bestimmtheitsmaß u.U. erhöht werden?

Lösung: b) $\hat{y} = 400 + 10x$, c) $r = 0,925$, $r^2 = 0,856$

Aufgabe

27

Ein Aktienbesitzer analysiert immer am Wochenende seinen Vermögensstatus.

- a) Für die Aktie der DC-AG stellt er folgende Kurse jeweils zum Wochenende in den letzten zwölf Wochen fest:

Woche	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
Kurs	25,2	24,5	24,1	24,6	24,8	25,3	25,8	26	26,8	27	27,5	28

Zeichnen Sie die Zeitreihe. Berechnen Sie einen linearen Trend nach der Methode der kleinsten Quadrate und gleitende Dreier-Durchschnitte. Zeichnen Sie die Ergebnisse jeweils in das Zeitreihendiagramm ein. Welchen Kurs würden Sie zum nächsten Wochenende prognostizieren?

- b) Der Aktienbesitzer verteilt seine Vermögensanlage auf die wichtigsten AG's in Deutschland, die jeweils einer anderen Branche angehören. Am 3.1. und am 24.5. hatte er folgende Bestände (Zahl der Aktien) zum jeweiligen Aktienkurs in seinem Portefeuille:

Aktien	Zeit			
	3.1		24.5	
	Stück	Kurs	Stück	Kurs
DC-AG	600	25	700	28
All-AG	400	7	500	6
Metr-AG	500	26	300	24

Berechnen Sie Kurs- (Preis-) Indizes nach Laspeyres und Paasche und interpretieren Sie die Ergebnisse im Vergleich zur Wertentwicklung seines Portefeuilles.

Lösung: a) $\hat{x}_t = 23,68 + 0,326t$, aus $x_{12} = \bar{x}_{12}^{(3)}$ folgt $x_{13}^* = 28,5$
 b) $K^{La} = 1,013$, $K^{Pa} = 1,035$, $K_{nom} = 0,9675$

**Auf-
gabe**

28

Aus einer Erhebung bei 2 000 Erwerbstätigen einer Region erhält man folgende Verteilung der Ausgaben für den öffentlichen Nahverkehr:

Ausgaben von ... bis unter ... €	Erwerbstätige	Ausgabensumme je Klasse (T€)
0 – 10	300	0,9
10 – 20	400	4,8
20 – 25	400	8,8
25 – 30	300	8,1
30 – 40	300	10,2
40 – 50	200	9,2
50 – 100	100	8,0

- a) Zeichnen Sie ein Histogramm, die Verteilungsfunktion und bestimmen Sie die Quartile.
b) Berechnen Sie das arithmetische Mittel, die Varianz (aus externer und interner) und den Variationskoeffizienten.

Kritisieren Sie für dieses Beispiel die Annahme einer Rechteckverteilung bei den grafischen Darstellungen und bei der Berechnung der internen Varianz.

Lösung: a) $Q_1 = 15$, $Q_2 = 23,75$, $Q_3 = 33,33$, b) $\bar{x} = 25$, $s^2 = 332,45$, $V = 0,73$

**Auf-
gabe**

29

Drei zufällig ausgewählte Gruppen *A*, *B* und *C* von Autofahrern wurden mit unterschiedlichen Konzepten zur Nutzung des öffentlichen Nahverkehrs beim Stadtbesuch animiert. Für den letzten Monat erhielt man folgende Ergebnisse:

Nutzung des Angebots ... mal	Gruppe A	Gruppe B	Gruppe C
0	50	30	20
1	60	40	30
2	40	80	50
3	20	80	100
4	20	40	60
5	10	30	40

- a) Berechnen Sie λ_y und interpretieren Sie das Ergebnis als PRE-Maß.
b) Berechnen Sie den korrigierten *C*-Koeffizienten.
c) Berechnen Sie den η^2 -Koeffizienten und interpretieren Sie ihn als PRE-Maß.
d) Vergleichen Sie die Aussagen des *C*-Koeffizienten, des λ -Koeffizienten und des η^2 -Koeffizienten.

Lösung: a) $\lambda_y = 0,067$, b) $C^* = 0,44$, c) $\eta^2 = 0,10$

Aufgabe

30

In der Cafeteria einer Universität wurde ein neues Cola-Getränk eingeführt, das am ersten Tag kostenlos an Studenten verteilt wurde. Von den Probanden wurden je 200 Studentinnen und Studenten gebeten, in den folgenden zwei Wochen zu notieren, wie oft sie das Getränk wieder kauften. Man erhielt folgendes Ergebnis:

Käufe	weiblich	männlich
0	70	15
1	50	20
2	35	35
3	20	60
4	10	35
5	10	20
6	5	15

- a) Zeichnen Sie die empirischen Verteilungsfunktionen für beide Gruppen.
- b) Berechnen Sie Modus, Median und arithmetisches Mittel sowie die Varianz für jede Verteilung.
- c) Wie hoch ist die Varianz der aggregierten Verteilung?

Lösung: b) $D_m = 3, D_w = 0, Z_m = 3, Z_w = 1, \bar{x}_m = 3, \bar{x}_w = 1,5, s_m^2 = 2,5, s_w^2 = 2,55, c) s^2 = 3,0875$

Aufgabe

31

500 Studierende wurden nach ihrer Meinung zur beabsichtigten stärker leistungsorientierten Bezahlung der Professoren (-1: Unsinn, 0: neutral, +1: unbedingt) und einer regelmäßigen Leistungsmessung durch Befragung von Vorlesungsbesuchern (-1: Unsinn, 0: neutral, +1: unbedingt) befragt:

Bezahlung	Befragung		
	-1	0	+1
-1	80	20	40
0	10	50	80
+1	30	10	180

- a) Berechnen und zeichnen Sie die bedingten Verteilungen (nur Spalten) und verbalisieren Sie das Ergebnis.
- b) Berechnen Sie Kendall's τ_b . Entspricht das Ergebnis Ihrer Interpretation der bedingten Verteilungen?

Lösung: b) $n_c = 41\,700, n_d = 9\,500, T_x = 30\,000, T_y = 18\,400, T_{xy} = 25\,150, \tau_b = 0,428$

Aufgabe

32

Bei neun Sportstudenten wird vor der Durchführung eines Trainingsprogramms eine antropometrische Messung vorgenommen:

Student Nr. i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y: Gewicht (kg)	63	78,2	85,2	78	79,5	69,5	75,6	78	68
x: Größe (cm):	170	178	190	182	186	174	184	181	175

- a) Zeichnen Sie ein Streudiagramm.
- b) Berechnen Sie eine lineare Regressionsfunktion nach der Methode der kleinsten Quadrate und zeichnen Sie das Ergebnis in das Diagramm. Interpretieren Sie den Koeffizienten b .
- c) Berechnen und vergleichen Sie die Aussagen des Korrelationskoeffizienten nach Bravais-Pearson und des Bestimmtheitsmaßes. Wodurch könnte das Bestimmtheitsmaß erhöht werden? Interpretieren Sie das Bestimmtheitsmaß als PRE-Maß.

Lösung: b) $\hat{y} = -105 + x, c) r = 0,925, r^2 = 0,856$

Aufgabe

33

Je 200 zufällig ausgewählte Politologen und Soziologen werden danach befragt, wieviele Klausuren sie zur Erlangung des Statistikscheines benötigen. Ergebnis:

Klausuren	1	2	3	4	5
Soziologen	80	60	40	20	–
Politologen	112	44	24	12	8

Benötig(t)en die Politologen weniger Anläufe?

Lösung: $t = 1,885$, also „ja“, sofern $\alpha > 0,0297$ ($\eta^2 = 0,009!$)

Aufgabe

34

Aus einer früheren Erhebung zu Bücherausgaben von Studenten hat man folgendes Ergebnis:

Wert von ... bis unter ... €	Anzahl der Studenten
0 – 10	500
10 – 30	500
30 – 60	500
60 – 100	500
100 – 150	500

- Zeichnen Sie ein Histogramm und die Verteilungsfunktion. Bestimmen Sie die Quartile.
- Berechnen Sie die Durchschnittsausgaben, die Varianz und den Variationskoeffizienten.
- Eine neue Zufallsstichprobe ist geplant. Berechnen Sie den notwendigen Stichprobenumfang, wenn der relative Stichprobenfehler bei einer Aussagewahrscheinlichkeit von 95,45% nicht höher als 2% sein soll. Erläutern Sie, wie durch eine Schichtung ein geringerer Stichprobenumfang erreicht werden kann.

Lösung: a) $Q_1 = 15$, $Z = 45$, $Q_3 = 90$, b) $\hat{x} = 55$, $s_{\text{int}}^2 = 91,7$, $s_{\text{ext}}^2 = 1870$, $s^2 = 1961,7$, $V = 0,805$, c) $n \geq 6485$ ($n_{\text{prop}} \geq 304$, sofern Schichtung entsprechend Klassierung und Klassenbesetzung)

Aufgabe

35

Auf die Frage „Haben Sie den Eindruck, dass die Euroeinführung zu Preiserhöhungen missbraucht wurde?“ antworteten 1000 zufällig ausgewählte Bürger „Eurolands“ wie folgt:

Antwort	AT	BeNeLux	DE	ES	FI	FR	GR	IE	IT	PT
Ja	5	50	180	50	5	140	5	5	140	20
Nein	20	50	50	85	15	65	30	10	60	15

- Berechnen Sie Pearsons korrigierten C-Koeffizienten und interpretieren Sie das Ergebnis. Führen Sie einen χ^2 -Test durch.
- Berechnen Sie λ_y und interpretieren Sie das Ergebnis auch im Vergleich zum korrigierten C-Koeffizienten.

Lösung: a) $\chi^2 = 141,8$, $C = 0,35$, $C^* = 0,5$, $\chi^2_{1-\alpha}(9) = \chi^2_{0,95}(9) = 16,9$, $t > 16,9 \implies H_0$ ablehnen b) $\lambda_y = 0,225$

Aufgabe

36

Leistungstest bei 250 Schülern:

- a) In einem Test bei 250 zufällig ausgewählten 15jährigen Schülern in einem Bundesland wurde die Fähigkeit, Texte zu interpretieren mit der Fähigkeit, Textaufgaben in Mathematik zu lösen, verglichen (-1: unteres Drittel, 0: mittleres Drittel, +1: oberes Drittel):

Mathelösung	Texterfassung		
	-1	0	+1
-1	50	20	10
0	20	50	30
+1	10	20	40

Berechnen Sie Kendall's τ_b und interpretieren Sie das Ergebnis.

- b) Bei den drei Gruppen (-1: Gruppe 1 etc.) mit unterschiedlicher Texterfassungskompetenz wurde außerdem die Zeit (Std.) erfasst, die die Schüler pro Woche fernsehen:

Gruppe i	\bar{x}_i	s_i^2	n_i
1	30	100	80
2	25	80	90
3	20	60	80

Berechnen Sie den η^2 -Koeffizienten und führen Sie einen F-Test ($\alpha = 0,05$) durch. Interpretieren Sie beide Ergebnisse im Zusammenhang.

Lösung: a) $n_c = 11\,600$, $n_d = 3\,000$, $T_x = 6\,000$, $T_y = 6\,200$, $T_{xy} = 4\,325$, $\tau_b = 0,415$
 b) $\bar{x} = 25$, $\eta^2 = 0,1\bar{6}$, $s^2 = 96$, $t = 24,7 > f_{1-\alpha}(2,247) = 2,995$

Aufgabe

37

Für sechzehn Arbeitslose ergibt sich folgender Zusammenhang zwischen dem Alter, dem Geschlecht und der seitherigen Dauer der Arbeitslosigkeit in Monaten:

Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Geschl.	m	w	m	m	m	w	m	m	w	w	m	m	m	w	w	m
Alter	26	42	34	40	28	52	42	54	46	36	38	48	46	30	38	40
Dauer	3	12	8	10	4	16	7	10	14	6	4	10	6	5	7	6

- a) Stellen Sie in einem Streudiagramm den Zusammenhang zwischen den Merkmalen Alter und Arbeitslosigkeitsdauer für diese Gruppen dar. Berechnen Sie eine lineare Regression nach der Methode der kleinsten Quadrate, das Bestimmtheitsmaß und interpretieren Sie es als PRE-Maß.
- b) Berechnen Sie den η^2 -Koeffizienten und interpretieren Sie ihn als PRE-Maß für den Einfluss des Geschlechts auf die Arbeitslosigkeitsdauer.

Lösung: a) $\hat{y} = -5,659 + 0,341x$, $r^2 = 0,5737$, b) $\bar{y}_w = 10$, $\bar{y}_m = 68$, $\eta^2 = 0,185$